EXERCICE N°1 : 4 points 15 '

1°) Soit θ un réel de l'intervalle $]0;\pi[$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2+2\cos\theta z+1=0$.

b) Écrire les nombres complexes $z_1=-\cos\theta-i\sin\theta$ et $z_2=-\cos\theta+i\sin\theta$ sous forme exponentielle.

2°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A=e^{i(\pi-\theta)}$ et $z_B=e^{i(\pi+\theta)}$.

a) Montrer que l'affixe du point I milieu de $[AB]$ est réel.

b) Montrer que le triangle OAB est isocèle.

c) Pour quelles valeurs de θ, le triangle OAB est rectangle en O.

d) Déterminer l'ensemble des points M du plan complexe d'affixes z vérifiant :

$$|z+\cos\theta-i\sin\theta|=|z+\cos\theta+i\sin\theta|.$$

EXERCICE N°2 : 5 points 20 '

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(1+i)z+i=0$

2°) θ étant un réel de l'intervalle $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, on considère l'équation dans $\mathbb{C}$: $(E_\theta): z^2-2e^{i\theta}\cos\theta\, z+e^{2i\theta}=0$.

a) Vérifier que 1 est une solution de (E_θ).

b) En déduire l'autre solution de (E_θ).

3°) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ on désigne par A et B les points d'affixes respectives 1 et $e^{2i\theta}$.

a) Déterminer l'ensemble des points B quand θ varie dans l'intervalle $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

b) Déterminer l'affixe du point C tel que $OACB$ soit un losange.

c) Déterminer le réel θ pour que la mesure de l'aire du losange $OACB$ soit égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE N°3 : 6 points 25 '

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): z^3-2(\sqrt{3}+i)z^2+4(1+i\sqrt{3})z-8i=0$.

1°) a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

c) Donner la forme exponentielle de chacune des solutions de (E).

d) En déduire les solutions : $z^6-2(\sqrt{3}+i)z^4+4(1+i\sqrt{3})z^2-8i=0$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

2°) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On désigne par A, B et C d'affixes respectives $2i$, $\sqrt{3}+i$ et $\sqrt{3}-i$.

a) Représenter dans le repère les points A , B et C .

b) Montrer que $OABC$ est un losange.

3°) Soit D le point d'affixe $d=\dfrac{(\sqrt{3}+i)+(-1+i\sqrt{3})\tan\theta}{2}$, $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$

a) Mettre sous forme exponentielle $1+i\tan\theta$.

b) En déduire que : $d=\dfrac{1}{\cos\theta}e^{i(\frac{\pi}{6}+\theta)}$.

c) Déterminer la valeur de θ pour laquelle A, B, C et D soient sur un même cercle.

EXERCICE N°4 : 5 points 20 '

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-(3+i)z+2(1+i)=0$.

2°) Soit l'équation $(E_\theta): z^2-(3+i)e^{i\theta}z+2(1+i)e^{2i\theta}=0$ où $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

a) Montrer que z est une solution de (E_θ) si et seulement si $\left(ze^{-i\theta}\right)$ est une solution de (E).

b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ).

3°) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a=2e^{i\theta}$; $b=(1+i)e^{i\theta}$ et $c=ie^{i\theta}$.

a) Donner la forme exponentielle de b et c.

b) Montrer que $(OA)\perp(OC)$ et $(OB)\perp(AB)$.

c) Construire les points A, B et C pour $\theta=\dfrac{\pi}{3}$.

4°) a) Montrer que $OABC$ est un trapèze pour tout $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

b) Vérifier que l'aire de ce trapèze est constante pour tout $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

EXERCICE N°5 : 5 points 20 '

1°) Montrer que $ie^{i\frac{\pi}{6}}=\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$.

2°) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation

$$(E):\ z^2-2\left(e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z+(1-i)e^{i\frac{\pi}{6}}=0$$

3°) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A,B et C d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$, $e^{i\frac{\pi}{12}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}+e^{i\frac{\pi}{12}}$.

a) Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.

b) Placer les points A,B et C dans un repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

c) Calculer l'aire du losange $OACB$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com